دار المنظومة
DAR ALMANDUMAH
الرواد في قواعد المعلومات العربية

العنوان:	المجموعة المهيمنة : نظرية البيان
المؤلف الرئيسي:	إسماعيل، رشاد على فارع
مؤلفين آخرين:	جبران، جبران(مشرف)
التاريخ الميلادي:	2007
موقع:	دمشق
الصفحات:	1 - 105
رقم MD:	558652
نوع المحتوى:	رسائل جامعية
اللغة:	Arabic
الدرجة العلمية:	رسالة ماجستير
الجامعة:	جامعة دمشق
الكلية:	كلية العلوم
الدولة:	سوريا
قواعد المعلومات:	Dissertations
مواضيع:	الرياضيات التطبيقية، النظريات، نظرية البيان
رابط:	https://search.mandumah.com/Record/558652

© 2019 دار المنظومة. جميع الحقوق محفوظة.
هذه المادة متاحة بناء على الإتفاق الموقع مع أصحاب حقوق النشر، علما أن جميع حقوق النشر محفوظة. يمكنك تحميل أو طباعة هذه المادة للاستخدام الشخصي فقط، ويمنع النسخ أو التحويل أو النشر عبر أي وسيلة (مثل مواقع الانترنت أو البريد الالكتروني) دون تصريح خطي من أصحاب حقوق النشر أو دار المنظومة.

الجمهورية العربية السورية
جامعة دمشق
كلية العلوم
قسم الرياضيات

المجموعة المهيمنة

نظرية البيان

رسالة أعدت

لنيل درجة الماجستير في الرياضيات

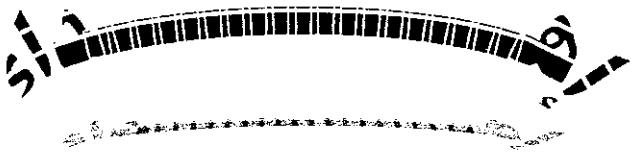
إعداد الطالب

رشاد علي فارع إسماعيل

بإشراف

الدكتور جبران جبران

1427 - 1428هـ
2006-2007 م



إلى من أغدقا علي بتضحياتهما.....

إلى منبع الحب والحنان.....

والدي رحمة الله ووالدتي أطال الله عمرها.....

إلى من شاركتني في الحياة حلوها ومرها.....

رفيقة الدرب زوجتي الغالية.....

إلى قرة عيني وثمرة حبي.....

ولدي ريهام و ثامر.....

إلي جميع إخواني وأختي.....

إلى كل صديق وفي.....

الباحث

بسم الله الرحمن الرحيم

كلمة شكر

الحمد لله رب العالمين والصلاة والسلام على سيدنا محمد الصادق الأمين وعلى اله وصحابته أجمعين . . .

يشرفني وأنا أضع اللمسات الأخيرة أن أتقدم بالشكر والتقدير إلى الدكتور جبران جبران لمساعدته لي في اختيار وتحديد موضوع الرسالة والمتابعة أثناء البحث كما أتقدم بالشكر والتقدير إلى الأستاذ الدكتور خالد خنيفس على ما أبداه من ملاحظات وتوجيهات ومتابعه والتي كان لها أثر في إخراج هذه الرسالة بصورة كاملة كما أتقدم بالشكر والعرفان لرئيس قسم الرياضيات لمساعدته لي وأعضاء هيئة التدريس بقسم الرياضيات على ما بذلوه من علم انتفعت به كما أتقدم بالشكر والعرفان للدكتور توفيق زعرور لتذليله أي مشكلة اعترضتني من أول يوم وصلت إلى دمشق ولتوجيهاته التي كان لها الأثر الكبير في انجاز هذه الرسالة كما أتقدم بالشكر والعرفان لأعضاء لجنة الحكم لتفضلهم بقبول مناقشة هذه الرسالة .

الجمهورية العربية السورية

جامعة دمشق

تعهـد

أنا الموقع أدناه رشاد علي فارع إسماعيل أتعهد بأن البحث الذي تم انجازه هو نتيجة بحث علمي قمت به في جامعة دمشق-كلية العلوم-قسم الرياضيات بإشراف الدكتور جبران جبران، وأي رجوع إلى بحث آخر في هذا الموضوع موثق في النص. وبأنني لم استخدم هذا البحث في أي مكان للحصول على مكافئة مالية أو درجة علمية.

دمشق في تشرين الثاني 2007

الباحـــــــث

رشاد علي فارع إسماعيل

الجمهورية العربية السورية

جامعة دمشق

تسميــة أعضاء لجنة الحكم

بناءً على قرار مجلس الشؤون العلمية في جامعة دمشق رقم /524/ المتخذ بالجلسة رقم /11/ بتاريخ 2007/2/12 القاضي بتشكيل لجنة الحكم على رسالة الماجستير في قسم الرياضيات بعنوان:

" المجموعة المهيمنة- نظرية البيان"

التي أعــدها الطالب **رشاد علي فارع إسماعيل** بكليــة العــلوم للحصــول على درجــة الماجســتير وبإشراف الدكتور جبران جبران.

والمؤلفة من السادة الأساتذة:

د. خالد الخنيفس جامعة دمشق	الأستاذ في قسم الرياضيات الاختصاص: نظرية البيان	كلية العلوم - عضواً التوقيع.....
د. توفيق زعــرور جامعة البعث	الأستاذ في قسم الرياضيات الاختصاص: تحليل رياضي	كلية العلوم - عضواً التوقيع.....
د. جبران جــبران جامعة دمشق	المدرس في قسم الرياضيات الاختصاص: معلوماتية	كلية العلوم - عضواً مشرفاً التوقيع.....

المحتويات
CONTENTS

جدول الرموز iv

قائمـة الأشكال vii

مقـدمة x

الفصل الأول: مبادئ نظرية البيان ومدخل إلى نظرية الكلفة 1

1.1 مبادئ نظرية البيان 1

1.1.1 الجـوارات Neighborhood 3

2.1.1 متتالية الدرجات Degree Sequences 5

3.1.1 البيـان المنتظم Regular Graph 8

4.1.1 البيـان المـتمم Complement 11

5.1.1 البيانات المتشاكلة Isomorphic Graphs 11

6.1.1 البيانات الجزئية Subgraphs 12

7.1.1 البيانات المترابطة Connected Graphs 14

8.1.1 المجموعات القاطعة The Cut-Sets 16

2.1 الأشـجار Trees 18

1.2.1 الأشـجار الجذرية Rooted Trees 20

2.2.1 الأشجار الثنائية والأشجار المرتبة Binary Trees and Ordered Trees 20

3.1 بعض العمليات الثنائية على البيانات Some Binary Operations on Graphs 22

4.1 بعض البيانات الخاصة Some Special Graphs 26

5.1 المسـافة Distance 29

6.1 مدخـل إلى نظرية الكلفـة Introduction Complexity Theory 30

7.1 مدخل إلى مسائل NP- Completeness 34

الفصل الثاني: نظرية الهيمنة في البيانات 38

1.2 المفاهيم الأساسية في نظرية الهيمنة 38

1.1.2 مسألة المجموعة المهيمنة The dominating set problem 38

2.1.2 النتائج الأساسية لرتبة الهيمنة 40

2.2 الاستقلال Independence 42

3.2 هيمنـة الوزير Queen's Domination 45

4.2 الهيمنة في الجداء الديكارتي للمسارات Domination in product of paths 46

1.4.2 الحـد الأعـلى Upper Bound لـ $\gamma(P_T \times P_L)$ 47

2.4.2 إحداثيات نقاط المجموعة المهيمنة الصغرى على الجداء الديكارتي 49

5.2 الهيمنة الكلية والهيمنة المزدوجة Paired and Total Domination 52

1.5.2 الهيمنة الكلية Total Domination 52

2.5.2 الهيمنة المزدوجة Paired Domination 55

6.2 الكثافة الورقية في البيانات Leaf Density in graphs 56

1.6.2 مصطلحات 56

2.6.2 الهيمنة والكثافة الورقية Domination and Leaf Density 57

3.6.2 الهيمنة الكلية والكثافة الورقية Total domination and leaf density 59

7.2 هيمنة التجزئة في البيانات Domination Partition in Graphs 60

1.7.2 هيمنة التجزئة من المرتبة K k-partition Domination 60

2.7.2 هيمنة التجزئة والكثافة الورقية 61

الفصل الثالث: خوارزميات المجموعة المهيمنة الصغرى 65

الخوارزمية الآسية لمسألة المجموعة المهيمنة 65

الخوارزميـة العامة لمسألة المجموعة المهيمنة 69

1.2.3 مصطلحات 69

2.2.3 خوارزمية جديدة لإيجاد المجموعة المهيمنة الصغرى 70

3.2.3 دراسة كلفة الخوارزمية 2.2.3 80

النتائج الأساسية للبحث 81

المراجـع *References* 83

المـلاحـق *Appendices* **85**

ملحق(1) البرمجيات 85

ملحق(2) المصطـلحات 92

ملخص البحث **99**

Thesis Summary ..... **ـــ**

جدول الرموز
Table of Symbols

$\alpha(G)$	رتبة الاستقلال للبيان G.
C_n	الحلقة من المرتبة n.
$\deg_G v$	درجة الرأس v في البيان G.
$\Delta(G)$	الدرجة العظمى في البيان G.
$\delta(G)$	الدرجة الصغرى في البيان G.
$E(G)$	مجموعة الأضلاع في البيان G.
G	البيان $G=(V,E)$ بمجموعة الرؤوس V و مجموعة الأضلاع E.
$\overline{G}$	البيان المتمم للبيان G.
$\gamma(G)$	رتبة الهيمنة للبيان G.
$\gamma_c(G)$	رتبة الهيمنة المترابطة للبيان G.
$\gamma_t(G)$	رتبة الهيمنة الكلية للبيان G.
$\gamma_{Pr}(G)$	رتبة الهيمنة المزدوجة للبيان G.

$\gamma_G(V_i)$	رتبة الهيمنـــة لمجموعـة التجزئة V_i للبيـــان G.
$\gamma(G,\pi_k)$	رتبة هيمنة التجزئة من المرتبة K للبيان G.
$\gamma(G,\pi_2)$	رتبة هيمنة التجزئة الثنائية للبيان G.
$i(G)$	رتبة الهيمنة المستقلة للبيان G.
K_n	البيان التام من المرتبة n.
$K_{m,n}$	البيان ثنائي التجزئة التام، بمجموعة تجزئة $\{V_1,V_2\}$ و $\|V_2\|=n$ ، $\|V_1\|=m$.
$K_{P_1,P_2,\ldots,P_n}$	البيـــان التام ذو التجزئة n بمجموعات تجزئة V_i، $i=1,\ldots,n$ و $p_i=\|V_i\|$.
$N_G(v)$	الجوار المفتوح للرأس v في البيان G.
$N_G[v]$	الجوار المغلق للرأس v في البيـــان G.
$N_G(S)$	الجوار المفتوح لمجموعة جزئية S من رؤوس البيان G.
$N_G[S]$	الجوار المغلق لمجموعة جزئية S من رؤوس البيـان G.
P_n	المســـار مـن المرتبـة n.
$V(G)$	مجموعة رؤوس البيان G.
W_n	العجلة من المرتبة n.
$diam(G)$	قطر البيان G.

$rad(G)$	نصف قطر البيان G.
$R(v)$	الاختلاف المركزي للرأس v.
$c(G)$	مركز البيان G.
$\zeta(G)$	الكثافة الورقية للبيان G.
$\varepsilon(G)$	عدد الأوراق مطروح منها عدد الجذوع في البيان G.

قائمـة الأشـكال
List of Figures

1.1 التمثيل الهندسي للبيان..... 2

2.1 مثالان على الرؤوس (والأضلاع) المتجاورة والبيان المضاعف 3

3.1 مثال على الجوارات المفتوحة والمغلقة في البيان 4

4.1 البيان ومتتالية درجاته 5

5.1 إنشاء بيان وفق متتالية درجات معطاة 8

6.1 البيانات التكعيبية (بيان بيترسن)..... 9

7.1 الأجسام الأفلاطونية المنتظمة الخمسة 10

8.1 البيانات الأفلاطونية المنتظمة الخمسة 10

9.1 البيان ومتممة..... 11

10.1 أمثلة على بيانات متشاكلة وغير متشاكلة 12

11.1 الأنماط التشاكلية المختلفة لبيان بثلاثة رؤوس 12

12.1 البيانات الجزئية و البيان الجزئي المولد لبيان 13

13.1 على البيانات الجزئية المنتجة بالرؤوس وبالأضلاع 14

14.1 مثال على المسار والحلقة والدارة 15

15.1 البيانات المترابطة وغير المترابطة 16

16.1 الرؤوس المفصلية لبيان مترابط 17

17.1 الجســـــور 17

18.1 أمثلة على الشجرة والغابة والشجرة المولدة لبيان 18

19.1 الشجرة الجذرية والشجرة الجزئية الجذرية 21

20.1 الشجرة الثنائية و الشجرة الثنائية التامة..... 21

21.1 الاتحاد $K_3 \cup K_3$ 23

22.1 التقاطع لبيانين جزئيين من K_5 23

23.1 الجداء الديكارتي $P_3 \times K_3$ 24

24.1 فوق المكعبات Q_1 , Q_2 , Q_3 24
25.1 الشـــبكة $5\times3\times2$ 25
26.1 الســـلامان الدائريان CL_3 , CL_4 25
27.1 المجموع $P_2 + P_3$ 25
28.1 العـــجلة W_6 25
29.1 المساران P_2 و P_4 26
30.1 الحـلقات C_3 , C_4 , C_5 26
31.1 البيـانات التامة $K_1 , K_2 , K_3 , K_4 , K_5$ 27
32.1 بيان ثنائي التجزئة..... 27
33.1 البيـــانات ثنائية التجزئة التامة 28
34.1 بيـــانات متعددة الأجزاء 29
35.1 قطـــــر البيان 30
36.1 مضـلعات مختلفة 32
37.1 الرصف بواسطة المستطيل و المسدس المنتظم 32

1.2 بيـان Grötzsch و $\gamma(G)=3$ 39
2.2 الهيمنة في البيانات 40
3.2 المســار P_4 و البيـان التاجي من المرتبة الأولى $P_4 \circ K_1$ 41
4.2 مثال على شجرة تاجية من المرتبة الأولى 42
5.2 مثال على بيان فيه $\alpha(G)=4$ و $\gamma(G)=2$..... 43
6.2 تساوي رتبتي الهيمنة والهيمنة المستقلة لبيان بيترسن R 44
7.2 أحد حلول مســألة الملكات الخمس 45
8.2 تحديد نقـاط الهيمنـة على الشبكة اللانهـائية 47
9.2 تحـديد نقـاط المجموعة المهيمنة على الجداء $P_7 \times P_8$ في الوضـع $i=1$ 50
10.2 تحـديد نقـاط المجموعة المهيمنة على الجداء $P_7 \times P_8$ في الوضـع $i=2$ 51
11.2 تحـديد نقـاط المجموعة المهيمنة على الجداء $P_7 \times P_8$ في الوضـع $i=3$ 51
12.2 تحـديد نقـاط المجموعة المهيمنة على الجداء $P_7 \times P_8$ في الوضـع $i=4$ 51
13.2 تحـديد نقـاط المجموعة المهيمنة على الجداء $P_7 \times P_8$ في الوضـع $i=5$ 51

14.2 مثال على تساوي رتبتي الهيمنة والهيمنة الكلية 53
15.2 المســار P_4 و بيـانه التاجي من المرتبة الثانية $P_4 \circ K_2$ 53
16.2 البيانان $H = P_3 \cup K_1$ و $G = (P_3 \cup K_1) \circ K_1$ 54
17.2 التواؤم التـام للبيــان التكـعيبي G 55
18.2 مثال على بيـــان يحقق المساواة في المبرهنة (11.2) 61
1.3 بيان من المرتبة 9 والقياس 8 كمثال توضيحي للخوارزمية الجديدة 72

مقـدمـة
INTRODUCTION

تُعد نظرية البيان (Graph theory) من العلوم الحديثة والهامة التي احتلت مكانة مرموقة بين فروع الرياضيات التطبيقية. وقد شهدت تطوراً ملحوظاً في السنوات الأخيرة نظراً للتطور الكبير لعلم الحاسوب. في البداية ظهرت هذه النظرية كأداة لحل بعض الألغاز والألعاب ولكن تطبيقاتها اليوم تشمل مجالات واسعة مثل علم الحاسوب، بحوث العمليات، الاقتصاد، الهندسة الكهربية، الكيمياء،..... الخ.

تعود البدايات المعروفة لنظرية البيان إلى عالم الرياضيات السويسري Leonard Euler. في عام 1736 قام Euler بنشر حل لمسألة الجسور السبعة لمدينة Konigsberg وفي القرن التاسع عشر نُشرت عدة نتائج هامة في نظرية البيان. ثم قام Konig في عام 1936 بتأليف أول كتاب في نظرية البيان.

يُعد البيان G من وجهة نظر أولية مجموعة منتهية من النقاط تتصل مع بعضها بخطوط وفق علاقة معرفة عليها وتدعى نقاط البيان رؤوساً Vertices، أما الخطوط الواصلة بينها فتدعى أضلاعاً Edges.

تُعد مسألة المجموعة المهيمنة إحدى أشهر المسائل في نظرية البيان ولها العديد من التطبيقات في العلوم الأخرى مثل مسائل النقل والاتصالات اللاسلكية. أول بروز لمفهوم الهيمنة كان في خمسينيات القرن التاسع عشر من خلال لعبة الشطرنج. وكانت تهدف إلى استعمال قطع محددة للهيمنة على مربعات رقعة الشطرنج. من المعروف من قواعد الشطرنج أن الوزير يُمكنه التنقل سطرياً وعمودياً وقطرياً. في العام 1862 اعتبر Jaenish المسألة هي إيجاد العدد الأدنى من الوزراء الذين يمكن وضعهم على رقعة الشطرنج بحيث أن كل مربع إما محتل بوزير أو مهاجم بوزير بنقلة واحدة. وقد بين العالم Berge أن هذا العدد هو خمسة وزراء على رقعة الشطرنج 8×8 وطرح مسألته المعروفة بمسألة الوزراء الخمسه. ورغم ذلك لم يُصاغ المفهوم الرياضي للهيمنة إلا في عام 1958 من قبل العالمين Berge و Ore.

يهدف البحث إلى دراسة مسألة المجموعة الهيمنة وتحسين خوارزمياتها وتركزت الاتجاهات المحورية للبحث على إيجاد حد أعلى لرتبة الهيمنة لنوع خاص من البيانات هو الجداء الديكارتي للمسارات $P_T \times P_L$ وإيجاد خوارزمية جديدة تمكننا من حساب رتبة الهيمنة $\gamma(G)$ وبالتالي إيجاد المجموعة المهيمنة الصغرى D لأي بيان G وبرمجتها حاسوبياً.

تشتمل الرسـالة على ثلاثة فصول وملحقين:

الفصل الأول: يحوي المبادئ والمصطلحات الأسـاسية في نظرية البيـان كذلك يقـدم مدخـلاً إلى كلفة الخوارزميات.

الفصل الثاني: يعرض مبادئ نظريـة الهيمنـة فـي البيانـات ونتائجهـا الأساسية وبـالأخص تلك المتعلقة برتبة الهيمنة. وقد تم مراجعة بعض النتائج السـابقة حول الحـد الأعلى لرتبة الهيمنـة وفـي هذا الفصل تم إيجاد حد أعلى لرتبة الهيمنة للجداء الديكارتي لمسارين $P_T \times P_L$ لجميع القيم $T \geq 6, L \geq 6$. كما تم تعيين إحداثيـات المجموعـة المهيمنـة فـي $P_T \times P_L$ الموافقة لذلك الحـد وهذه النتـائج تم نشرها فـي بحث بعنوان:

" **الهيمنـة في الجـداء الديكارتي للمسـارات**" في مجلة العلوم الأسـاسية- جامعـة دمشـق.

الفصل الثالث: فـي هذا الفصل تم إيجاد خوارزميـة جديدة لإيجـاد المجموعـة المهيمنـة الصغرى لأي بيـان G وحساب رتبة هيمنته، كما تم حساب كلفتها، وقد قارنـا النتـائج التـي حصلنا عليها مـع النتـائج المأخوذة من مقالة علمية بعنوان:

"Exact (exponential) algorithms for the dominating set problem" [5].

ملحق(1): التطبيقات البرمجـية.

ملحق(2): خُصص للمصطلحات العلمية.

كما اشتملت الرسالة على ملخصين أحدهما باللغة العربية والأخر باللغة الإنجليزية.